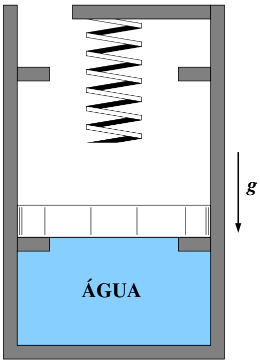
PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
1º semestre / 2016 – Profs. Bruno Souza Carmo e Antonio Luiz Pacífico

Gabarito da Prova 1



Questão 1: Considere o arranjo cilindro-pistão mostrado na figura ao lado. O pistão do arranjo pode deslizar livremente e sem atrito entre dois esbarros. Quando o pistão repousa sobre os esbarros inferiores, o volume da câmara é de 400 L; quando o pistão apenas toca a mola este volume passa a ser de 500 L; e quando o pistão atinge os esbarros superiores, o volume é de 600 L. O cilindro contém, inicialmente, água a 100 kPa e com título de 20%. Esse sistema é, então, aquecido até atingir a temperatura de 200 °C. A massa do pistão requer 300 kPa de pressão para movê-lo contra a pressão do ambiente externo. A mola linear tem constante de 10 N/mm e a área da seção transversal do pistão é de 0,1 m^2. Pede-se:

(a) O diagrama T x v (temperatura por volume específico), indicando os valores numéricos de temperatura (em °C), pressão (linhas isobáricas, em kPa) e volume específico (em m^3/kg) para cada início e fim de todos os processos que decorrem desde o estado inicial até o estado final. Todos os valores dessas variáveis indicados no diagrama devem estar devidamente justificados na solução. Apresente também neste diagrama as linhas de líquido e vapor saturados ("domo") e posicione cada estado de maneira qualitativamente correta **(2,5 pontos)**;

(b) O trabalho total realizado pela água **(1,5 ponto)**;

(c) O calor total transferido à água **(1,0 ponto)**;

Solução: Esta questão trata de 1^a Lei da Termodinâmica para Sistemas. A solução do item (a), a seguir apresenta de maneira lógica a determinação dos processos envolvidos até o estado final indicado. Durante sua solução vão sendo apresentados os valores de temperatura, pressão e volume específico pedidos e, ao final, o diagrama $T \times v$.

(a) Estado 1 $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$: início com $\cancel{V}_1 = 400\,\text{L} = 0{,}4\,\text{m}^3$; $p_1 = 100\,\text{kPa}$; e $x_1 = 0{,}2$ (pistão repousado sobre esbarros inferiores). Como há título, das tabelas de saturação da água: $v_{l1} = 0{,}001043\,\text{m}^3/\text{kg}$; $v_{v1} = 1{,}69400\,\text{m}^3/\text{kg}$; $u_{l1} = 417{,}33\,\text{kJ/kg}$; $u_{v1} = 2506{,}06\,\text{kJ/kg}$; e $T_1 = T_{sat\ @\ 100\ kPa} = 99{,}62\,°\text{C}$.

$$v_1 = (1 - x_1).v_{l1} + x_1.v_{v1} = 0{,}339634\,\text{m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = (1 - x_1).u_{l1} + x_1.u_{v1} = 835{,}076\,\text{kJ/kg}$$

$$m = \frac{\cancel{V}_1}{v_1} = 1{,}177738\,\text{kg}$$

Estado 2 $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$: pistão deixa esbarros inferiores. Para isso deve-se verificar se a temperatura final não foi ainda atingida. Sabe-se que:

$$v_2 = \frac{\cancel{V}_2}{m} = \frac{\cancel{V}_1}{m} = v_1 = 0{,}339634\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Para 300 kPa (pressão para equilibrar peso do pistão e pressão atmosférica externa ao pistão): $v_{l\ @\ 300\ kPa} = 0{,}001073\,\text{m}^3/\text{kg}$; e $v_{v\ @\ 300\ kPa} = 0{,}60582\,\text{m}^3/\text{kg}$. Como v_2 encontra-se entres esses valores de volumes específicos do líquido e vapor saturados a 300 kPa, segue-se que o estado 2 é ainda mistura de líquido e vapor, com $T_2 = T_{sat\ @\ 300\ kPa} = 133{,}55\,°\mathrm{C}$. Note que o processo $1 \rightarrow 2$ é isocórico.

Estado 3 $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$: pistão toca a mola. Para isso deve-se verificar se a temperatura final não foi ainda atingida. Sabe-se que:

$$v_3 = \frac{V_3}{m} = \frac{0{,}5}{1{,}177738} = 0{,}424543\,\mathrm{m^3/kg}$$

Note que este valor ainda encontra-se ente os volumes específicos do líquido e do vapor saturados a 300 kPa, logo o estado 3 segue ainda como mistura de líquido e vapor, com $p_3 = p_2 = 300\,\mathrm{kPa}$; e $T_3 = T_2 = 133{,}55\,°\mathrm{C}$. Note que o processo $2 \rightarrow 3$ é, ao mesmo tempo, isobárico e isotérmico. Como curiosidade:

$$x_3 = \frac{v_3 - v_{l3}}{v_{v3} - v_{l3}} = \frac{0{,}424543 - 0{,}001073}{0{,}60582 - 0{,}001073} = 0{,}700243$$

Estado 4 $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$: pistão toca esbarro superior. Para isso deve-se verificar se a temperatura final não foi ainda atingida. Sabe-se que:

$$v_4 = \frac{V_4}{m} = \frac{0{,}6}{1{,}177738} = 0{,}509451\,\mathrm{m^3/kg}$$

$$p_4 = p_3 + \frac{F_{mola}}{A_p} = p_3 + \frac{k.\Delta x}{A_p} = p_3 + \frac{k.\Delta V}{A_p^2}$$

Para calcular p_4 em kPa, utiliza-se $k = 10\,\mathrm{N/mm} = 10\,\mathrm{kN/m}$.

$$p_4 = p_3 + \frac{k.\left(V_4 - V_3\right)}{A_p^2} = 300 + \frac{10.(0{,}6 - 0{,}5)}{(0{,}1)^2} = 400\,\mathrm{kPa}$$

A 400 kPa, $v_{v\ @\ 400\ kPa} = 0{,}46246\,\mathrm{m^3/kg} < v_4 = 0{,}509451\,\mathrm{m^3/kg}$, logo este estado seria de vapor superaquecido. Resta verificar se T_4 é maior que o limite estabelecido, i.e., $200\,°\mathrm{C}$. Da tabela de vapoir superaquecido para a água, para os valores de p_4 e v_4 conhecidos, resulta $T_4 = 180{,}46\,°\mathrm{C}$, ou seja, ainda inferior a $200\,°\mathrm{C}$, demando, então, mais transferência de calor até atingir $200\,°\mathrm{C}$.

Estado 5 $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$: estado final, onde $T_5 = 200\,°\mathrm{C}$; e $v_5 = v_4 = 0{,}509451\,\mathrm{m^3/kg}$, uma vez que os esbarros superiores impedem o movimento ascendente do pistão. Como o estado 5 só pode ser de vapor superaquecido, para os valores de T_5 e v_5 conhecidos, segue-se que $p_5 = 422{,}66\,\mathrm{kPa}$. Também, para este estado, $u_5 = 2645{,}9417\,\mathrm{kJ/kg}$. Note que o processo $4 \rightarrow 5$ é isocórico.

A Figura 1 a seguir apresenta o diagrama $T \times v$ pedido. $\boxed{\textbf{0,5 pt}}$

(b) O trabalho total, W_{tot}, é dado pela soma dos trabalhos realizados pela água em cada processo:

$$W_{tot} = {}_1W_2 + {}_2W_3 + {}_3W_4 + {}_4W_5$$

As parcelas ${}_1W_2$ e ${}_4W_5$ apresentam trabalho nulo, por se tratarem de processos isocóricos.

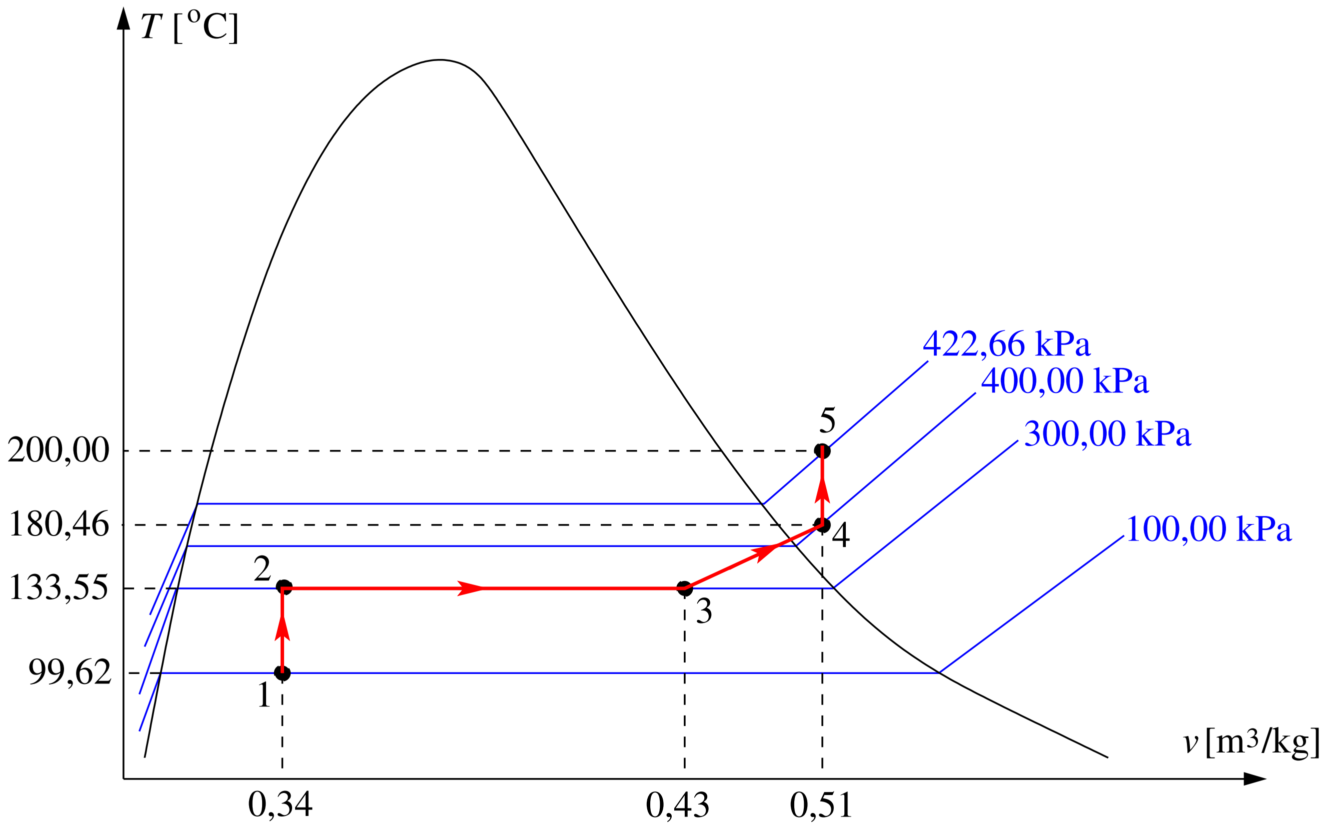


FIGURA 1 – Diagrama $T \times v$, sem escala, mostrando valores de T, p e v, bem como os processos e posições (qualitativas) dos estados.

Assim,

$$W_{tot} = p_2.\left(\cancel{V}_3 - \cancel{V}_2\right) + \frac{(p_3 + p_4)\,.\left(\cancel{V}_4 - \cancel{V}_3\right)}{2}$$

$$W_{tot} = 300.(0{,}5 - 0{,}4) + \frac{(300 + 400).(0{,}6 - 0{,}5)}{2}$$

$$W_{tot} = 65\,\mathrm{kJ} \qquad \boxed{\mathbf{1{,}5\ pt}}$$

(c) O calor total transferido à água é calculado pela Primeira Lei, desprezando as variações de energias cinética e potencial:

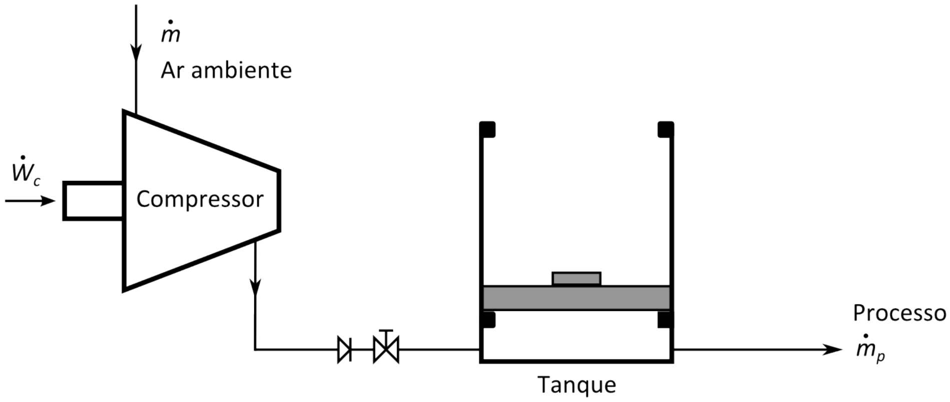
$$\Delta U = Q_{tot} - W_{tot}$$

$$Q_{tot} = m.\,(u_5 - u_1) + W_{tot}$$

$$Q_{tot} = 1{,}177738.(2645{,}9417 - 835{,}076) + 65$$

$$Q_{tot} = 2197{,}73\,\mathrm{kJ} \qquad \boxed{\mathbf{1{,}0\ pt}}$$

Questão 2: A figura mostra esquematicamente uma instalação de fornecimento de ar comprimido composta de um compressor e um tanque de armazenamento do tipo cilindro pistão. O compressor aspira ar do ambiente ($T_{\text{amb}} = 25\,°\text{C}$, $p_{\text{amb}} = 100\,\text{kPa}$) a uma taxa de $\dot{m} = 0{,}005\,\text{kg/s}$ e o comprime a uma pressão de 1,2 MPa, fornecendo-o à linha numa taxa de 25 L/min. Para isso, consome uma potência de $\dot{W}_c = 3{,}5\,\text{kW}$. O ar comprimido passa então por uma válvula de retenção e uma válvula reguladora de pressão, que fazem com que sua pressão caia a 1 MPa, e chega ao tanque de armazenamento. O tanque tem 600 mm de diâmetro e esbarros inferiores a 100 mm do fundo e superiores a 1500 mm do fundo. A massa do pistão é ajustada para que ele fique em equilíbrio sem contato com os esbarros quando a pressão interna é de 1 MPa. Quando o pistão toca os esbarros inferiores, o compressor é ligado, fazendo fluir ar pela tubulação de alimentação do tanque. Ao toque do pistão nos esbarros superiores, o compressor é desligado, e o fornecimento de ar comprimido ao destino é feito exclusivamente pelo tanque. Durante todo tempo, calor é transferido ao tanque de forma que o ar no seu interior permanece à temperatura ambiente. A instalação é ligada a um processo que consome o ar comprimido a 1 MPa a uma taxa constante de $\dot{m}_p = 0{,}002\,\text{kg/s}$.



- **(a)** Calcule a potência dissipada na forma de calor pelo compressor quando ele está ligado.**(2,0 pontos)**
- **(b)** Calcule o intervalo de tempo decorrido entre dois acionamentos consecutivos do compressor. **(1,5 ponto)**
- **(c)** Calcule o calor trocado pelo tanque durante este intervalo de tempo. **(1,5 ponto)**

Solução: Substância: ar [gás ideal ($pv = RT$), $R = 0{,}287\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, calores específicos variáveis]. Variações de energia cinética e potencial serão desprezadas.
Designação de estados: 1 – entrada do compressor, 2 – saída do compressor, 3 – entrada do tanque, p – saída do tanque

(a) $\cancel{V}C$: compressor. Regime permanente.

$$\text{Conservação de massa :} \qquad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0{,}005\,\text{kg/s}$$

$$1^{\text{a}}\ \text{Lei :} \qquad \dot{Q}_c + \dot{m}_1 h_1 = \dot{W}_c + \dot{m}_2 h_2$$

$$\dot{m}_2 = \rho_2 \dot{\cancel{V}}_2 = \frac{\dot{\cancel{V}}_2}{v_2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{\dot{\cancel{V}}_2}{\dot{m}_2} = \frac{0{,}025/60}{0{,}005} = 0{,}0833\,\text{m}^3/\text{kg} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{1200 \times 0{,}0833}{0{,}287} = 348{,}43\,\text{K} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}} \quad \Rightarrow \quad h_2 = 349{,}20\,\text{kJ/kg (tabela)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$T_1 = 25\,°\text{C} = 298{,}25\,\text{K} \quad \Rightarrow \quad h_1 = 298{,}62\,\text{kJ/kg (tabela)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$Q_c = \dot{W}_c + \dot{m}_1(h_2 - h_1) = -3{,}5 + 0{,}005 \times (349{,}20 - 298{,}62) = -3{,}247\,\mathrm{kW} \quad \boxed{\mathbf{0{,}6\ pt}}$$

(b) $\cancel{V}C$: tanque. Regime uniforme. Dividiremos o intervalo de tempo entre dois acionamentos consecutivos em duas etapas: enchimento e esvaziamento. Ambas são isotérmicas e isobáricas ($T_t = 25\,°\mathrm{C} = 298{,}15\,\mathrm{K}$, $p_t = 1\,\mathrm{MPa}$).

Enchimento: Conservação de massa: $m_f - m_i = m_{\max} - m_{\min} = (m_e - m_s)_{\text{ench}}$

$$\cancel{V}_{\max} = \frac{\pi D^2}{4} H_{\max} = \frac{\pi \times 0{,}6^2}{4} \times 1{,}5 = 0{,}4241\,\mathrm{m}^3 \quad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

$$\cancel{V}_{\min} = \frac{\pi D^2}{4} H_{\min} = \frac{\pi \times 0{,}6^2}{4} \times 0{,}1 = 0{,}0283\,\mathrm{m}^3 \quad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

$$m_{\max} = \frac{p_t \cancel{V}_{\max}}{RT_t} = \frac{1000 \times 0{,}4241}{0{,}287 \times 298{,}15} = 4{,}956\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$m_{\min} = \frac{p_t \cancel{V}_{\min}}{RT_t} = \frac{1000 \times 0{,}0283}{0{,}287 \times 298{,}15} = 0{,}330\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(m_e - m_s)_{\text{ench}} = 4{,}956 - 0{,}330 = 4{,}626\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(\Delta t)_{\text{ench}} = \frac{(m_e - m_s)_{\text{ench}}}{\dot{m}_2 - \dot{m}_p} = \frac{4{,}626}{0{,}005 - 0{,}002} = 1542\,\mathrm{s} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

Esvaziamento: Conservação de massa: $m_f - m_i = m_{\min} - m_{\max} = (-m_s)_{\text{esv}}$

$$(-m_s)_{\text{esv}} = 0{,}330 - 4{,}956 = -4{,}626\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(\Delta t)_{\text{esv}} = \frac{(m_s)_{\text{esv}}}{\dot{m}_p} = \frac{4{,}626}{0{,}002} = 2313\,\mathrm{s} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(\Delta t)_{\text{tot}} = (\Delta t)_{\text{ench}} + (\Delta t)_{\text{esv}} = 1542 + 2313 = 3855\,\mathrm{s} \quad \boxed{\mathbf{0{,}1\ pt}}$$

(c) $\cancel{V}C$: tanque. Regime uniforme. Dividiremos o intervalo de tempo entre dois acionamentos consecutivos em duas etapas: enchimento e esvaziamento. Ambas são isotérmicas e isobáricas ($T_t = 25\,°\mathrm{C} = 298{,}15\,\mathrm{K}$, $p_t = 1\,\mathrm{MPa}$).

Enchimento: 1ª Lei: $m_f u_f - m_i u_i = Q_t - W_t + m_e h_e - m_s h_s$

$$m_f = m_{\max}, \qquad m_i = m_{\min}, \qquad u_f = u_i = u_t = u|_{T=298{,}15\,\mathrm{K}} = 213{,}04\,\mathrm{kJ/kg}\ \text{(tabela)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$h_e = h_2, \qquad h_s = h|_{T=298{,}15\,\mathrm{K}} = 298{,}62\,\mathrm{kJ/kg}\ \text{(tabela)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(m_e)_{\text{ench}} = \dot{m}_2 (\Delta t)_{\text{ench}} = 0{,}005 \times 1542 = 7{,}710\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$(m_s)_{\text{ench}} = \dot{m}_p (\Delta t)_{\text{ench}} = 0{,}002 \times 1542 = 3{,}084\,\mathrm{kg} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

Hipótese: processo quase estático

$$W_t = \int_i^f p\,\mathrm{d}\cancel{V} = p_t(\cancel{V}_f - \cancel{V}_i) = p_t(\cancel{V}_{\text{max}} - \cancel{V}_{\text{min}}) = 1000 \times (0{,}4241 - 0{,}0283) = 395{,}8\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

$$(Q_t)_{\text{ench}} = (m_{\text{max}} - m_{\text{min}})u_t - (m_e)_{\text{ench}} h_e + (m_s)_{\text{ench}} h_s + (W_t)_{\text{ench}}$$

$$(Q_t)_{\text{ench}} = (4{,}956 - 0{,}330) \times 213{,}04 - 7{,}710 \times 349{,}20 + 3{,}084 \times 298{,}62 + 395{,}8 = -390{,}0\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

<u>Esvaziamento</u>: 1ª Lei: $m_f u_f - m_i u_i = Q_t - W_t - m_s h_s$

$$m_f = m_{\text{min}}, \qquad m_i = m_{\text{max}}, \qquad u_f = u_i = u_t = u|_{T=298{,}15\,\text{K}} = 213{,}04\,\text{kJ/kg (tabela)}$$

$$h_s = h|_{T=298{,}15\,\text{K}} = 298{,}62\,\text{kJ/kg (tabela)}$$

Conservação de massa: $m_f - m_i = -m_s \quad \Rightarrow \quad (m_s)_{\text{esv}} = m_{\text{max}} - m_{\text{min}}$

Hipótese: processo quase estático

$$W_t = \int_i^f p\,\mathrm{d}\cancel{V} = p_t(\cancel{V}_f - \cancel{V}_i) = p_t(\cancel{V}_{\text{min}} - \cancel{V}_{\text{max}}) = p_t(m_{\text{min}} v_t - m_{\text{max}} v_t) = (m_{\text{min}} - m_{\text{max}}) p_t v_t$$

$$\begin{aligned}(Q_t)_{\text{esv}} &= (m_{\text{min}} - m_{\text{max}})(u_t + p_t v_t - h_s) = (m_{\text{min}} - m_{\text{max}})(h_t - h_s) \\ &= (m_{\text{min}} - m_{\text{max}})(h|_{T=298{,}15\,\text{K}} - h|_{T=298{,}15\,\text{K}}) = 0\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}\end{aligned}$$

$$\therefore (Q_t)_{\text{tot}} = (Q_t)_{\text{ench}} = -390{,}0\,\text{kJ} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$