QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-4)

Respostas das versıes de m˙ltipla escolha:

16A7: (1) C; (2) D; (3) C; (4) D;
3A33: (1) C; (2) B; (3) C; (4) E;
E7Hx: (1) C; (2) B; (3) B; (4) C;
112F: (1) A; (2) C; (3) C; (4) E;

(1) (1,0 pt) Qual das seguintes alternativas é certa para a função

$$y(x,t) = \frac{0,5}{9x^2 + 16t^2 + 24xt + 5} \quad ,$$

onde x e y estão dados em metros quando t é expressado em segundos.

☐ ***(a)*** $y(x,t)$ representa uma onda progressiva que em 6 s percorre uma distancia de 8 m.

☐ ***(b)*** $y(x,t)$ representa uma onda progressiva com uma velocidade de propagação de 4 m/s.

☐ ***(c)*** $y(x,t)$ representa uma onda progressiva que se movimenta no sentido positivo do eixo x.

☐ ***(d)*** $y(x,t)$ não representa uma onda progressiva.

☐ ***(e)*** $y(x,t)$ representa uma onda progressiva tranversal onde o máximo deslocamento vertical é 0,5 m.

A função pode ser reescrita como

$$y(x,t) = \frac{0,5}{9x^2 + 16t^2 + 24xt + 5} = \frac{0,5}{(3x + 4t)^2 + 5} = \frac{0,5}{9(x + \frac{4}{3}t)^2 + 5}. \quad ,$$

Ou seja, uma onda progressiva, com velocidade de propagação $v = -\frac{4}{3}\frac{m}{s}$, percorrendo portanto 8 m em 6 s. Resposta [a]

---

(2) (1,0 pt) Um tubo aberto pelas duas extremidades pode gerar ondas estacionárias de freqüências $f_a = 300$ Hz e $f_b = 400$ Hz, mas nenhuma onda estacionária pode ser gerada para freqüências entre essas duas. Pode-se dizer que:

☐ ***(a)*** f_a e f_b não correspondem, respetivamente, com as freqüências de vibração do primeiro e segundo harmônicos da onda estacionária.

☐ ***(b)*** f_a e f_b correspondem, respetivamente, as freqüências de vibração do primeiro e segundo harmônicos da onda estacionária.

☐ ***(c)*** f_a corresponde à freqüência do primeiro harmônico da onda estacionária, mas f_b não é a freqüência do segundo harmônico.

☐ ***(d)*** f_a não é a freqüência de vibração do primeiro harmônico da onda estacionária, e f_b corresponde à freqüência associada ao segundo harmônico.

☐ ***(e)*** f_a e f_b correspondem, respetivamente, as freqüências do segundo e terceiro harmônicos da onda estacionária.

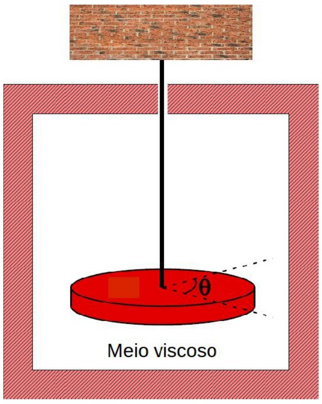
Um tubo aberto ter· dois ventres de deslocamento nas extremidades (ou dois nós de pressão), podendo portanto suportar ondas estacionárias com comprimentos $\lambda_n = 2L/n = \lambda_1/n$. As frequências de oscilação serão $f_n = v/\lambda_n = nf_1$. Portanto, a ˙nica alternativa correta é a [a]

(3) (1,0 pt) Se as funções de ondas de pressão, densidade e deslocamento de uma onda sonora harmônica progressiva são, respectivamente $p(x,t)$, $\rho(x,t)$ e $u(x,t)$ podemos dizer que:

- ☐ ***(a)*** $u(x,t)$ e $p(x,t)$ estão em quadratura.
- ☐ ***(b)*** $u(x,t)$ e $p(x,t)$ estão em fase.
- ☐ ***(c)*** $p(x,t)$ e $\rho(x,t)$ estão em quadratura.
- ☐ ***(d)*** A diferença de fase entre $p(x,t)$ e $\rho(x,t)$ é de π.
- ☐ ***(e)*** As três funções estão sempre em fase.

Resposta certa [a]. Lembra do problema do tubo aberto x tubo fechado?

(4) (1,0 pt) Um pêndulo de torção de massa $M = 5,0$ kg, imerso em um meio viscoso, oscila em torno do seu ponto de equilíbrio obedecendo a seguinte equação de movimento:
$I\ddot{\theta} = -b\dot{\theta} - k\theta$,
onde $I = 3,0$ kg.m^2, $k = 2,0$ N.m e $b = 3\sqrt{2}$ N.m.s.



A equação de movimento que satisfaz as condições iniciais: $\theta(t=0) = 0$ rad e $\dot{\theta}(t=0) = 1$ rad/s é dada por

- ☐ ***(a)*** $\theta(t) = \sqrt{6}\exp(-t/\sqrt{2})sen(t/\sqrt{6})$ rad.
- ☐ ***(b)*** $\theta(t) = \sqrt{6}\exp(-t/\sqrt{2})cos(t/\sqrt{6})$ rad.
- ☐ ***(c)*** $\theta(t) = \exp(-t/\sqrt{2})sen(\sqrt{2/3}\,t)$ rad.
- ☐ ***(d)*** $\theta(t) = \sqrt{6}\exp(-t/\sqrt{2})sen(\sqrt{2/3}\,t)$ rad.
- ☐ ***(e)*** $\theta(t) = \sqrt{6}\exp(-t/\sqrt{2})cos(\sqrt{2/3}\,t)$ rad.

Da equação de movimento temos$\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ com $\omega_0 = \sqrt{(2/3)}$ rad/s e $\gamma = \sqrt{2}s^{-1}$. Isto significa que temos um oscilador harmônico amortecido em regime subcrítico, com frequência de oscilação $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (\gamma/2)^2} = 1/\sqrt{6}$ rad/s. A resposta da oscilação do sistema será portanto dada por

$$\theta(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \varphi),$$

e sua derivada por

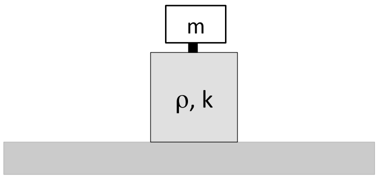
$$\dot{\theta}(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\left[-\frac{\gamma}{2}\cos(\omega t + \varphi) - \omega sen(\omega t + \varphi)\right]$$

. Neste caso $\theta(0) = 0 \rightarrow \varphi = \pm\pi/2$. Se $\varphi = \pi/2$, $A\omega = -1rad/2 \rightarrow A = -\sqrt{6}rad$. Se $\varphi = -\pi/2$, $A\omega = 1rad/2 \rightarrow A = \sqrt{6}rad$. Como $-cos(\omega t + \pi/2) = cos(\omega t - \pi/2) = sen(\omega t)$, resposta certa é a [a].

QUESTÕES DISCURSIVAS

ATENÇÃO: A solução dessas questões deve ser feita no caderno de provas devidamente identificado com nome, NUSP e turma.

(QD1) [3,0 pt] Dada uma massa m apoiada sobre um pistão pneumático com um amortecimento ρ, queremos ajustar a constante de mola k atuando sobre o sistema de forma que, diante de uma perturbação externa, ele tenha um retorno no menor tempo possível.



A equação de movimento do corpo na ausência de forças externas é dada por

$$m\frac{d^2}{dt^2}y = -\rho\frac{d}{dt}y - ky.$$

a) [1,0] Qual o valor de k que faz o sistema voltar ao equillíbrio no menor tempo possível? Neste caso, qual a forma geral da solução da equação diferencial acima? Justifique sua resposta.

O retorno mais rápido à condição de equilíbrio é dado para o amortecimento crítico, onde $\gamma/2 = \omega_0$. Com uma força de restauro mais fraca, o amortecimento será mais lento, combinando duas exponenciais (caso supercrítico). Se a força de restauro for mais forte, o sistema apresenta um decaimento exponencial em uma oscilação em torno do equilíbrio (caso subcrítico). Ele volta rapidamente ao equilíbrio, mas passa por ele.

Neste caso temos

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\rho}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

.

Portanto

$$k = \frac{\rho^2}{4m}$$

---

b) [1,0] Se em $t = 0$ o corpo, inicialmente em equilíbrio, recebe uma pancada, transferindo um impulso vertical p, qual a função $y(t)$ que representa a evolução da posição do corpo?

O deslocamento será dado por

$$y(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(a + bt\right)$$

.

Como $y(0) = 0 \rightarrow a = 0$. O impulso implica em uma velocidade inicial $v_y(0) = \frac{p}{m}$. A velocidade do corpo será dada por

$$\dot{y}(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(-\frac{\gamma}{2}bt + b\right)$$

.

Portanto, em $t = 0$, $v_y(0) = b$. Neste caso

$$y(t) = \frac{p}{m} e^{-\frac{\gamma}{2}t} t$$

com $\gamma = \frac{\rho}{m}$.

c) [1,0] Se uma vibração externa é aplicada com frequência Ω, e uma força F_0, qual a expressão da amplitude de oscilação $A(\Omega)$? Para que valor de Ω a amplitude de oscilação é máxima?

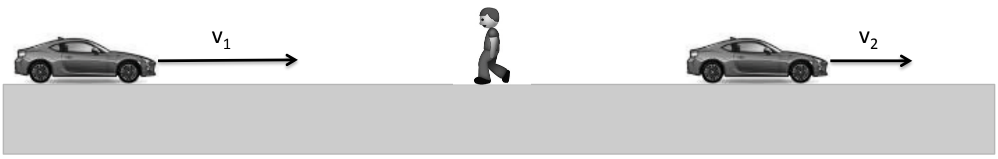
Como $\gamma = 2\omega_0$, a amplitude em função da frequência será dada por

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + \gamma^2\Omega^2}} = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 + \Omega^2\right)^2}} = \frac{F_0/m}{\left(\omega_0^2 + \Omega^2\right)}.$$

O máximo da função será em $\Omega = 0$, pois é o mínimo do denominador (com numerador independente de Ω). Ou derivando

$$\frac{d}{d\Omega} A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\left(\omega_0^2 + \Omega^2\right)^2} 2\Omega = 0 \rightarrow \Omega = 0.$$

(QD2) Um carro com velocidade $v_1 = 120\, km/h$ aproxima-se de outro, com velocidade $v_2 = 100\, km/h$, ambos dirigindo para o mesmo sentido. Os motoristas buzinam um para o outro, e uma pessoa na estrada, entre os dois carros, ouve um tom com um batimento. Sendo as frequências das buzinas dos carros f_1 e f_2, respectivamente determine:



a) [1,0] Qual a expressão para a frequência do batimento, em função das frequências f_1 e f_2?

As frequências percebidas pelo pedestre serão

$$f_1' = f_1 \frac{1}{1 - \frac{v_1}{v_{som}}} = \frac{10}{9} f_1 \qquad f_2' = f_2 \frac{1}{1 + \frac{v_2}{v_{som}}} = \frac{12}{13} f_2$$

A frequência do batimento será

$$\Delta f = f_1' - f_2' = \frac{10}{9} f_1 - \frac{12}{13} f_2$$

.

b) [1,0] Qual a expressão para a frequência percebida pela pessoa, em função das frequências f_1 e f_2?

A frequência percebida corresponde à média das frequências, portanto

$$\overline{f} = \frac{f_1' + f_2'}{2} = \frac{5}{9} f_1 + \frac{6}{13} f_2$$

.

c) [1,0] Se a pessoa percebe um tom a 215 Hz, com um batimento de período $T = 0,1s$, quais os valores de f_1 e f_2?

Temos que a frequência do batimento será de 10 Hz (1/T). Mas não se sabe, ***a priori***, se $f_1' > f_2'$. Portanto duas condições devem ser investigadas:

Caso (a): $f_1' > f_2'$

$$f_1' = \overline{f} + \frac{\Delta f}{2} = 220\,Hz \rightarrow f_1 = \frac{9}{10} f_1' = 198\,Hz$$

$$f_2' = \overline{f} - \frac{\Delta f}{2} = 210\,Hz \rightarrow f_2 = \frac{13}{12} f_2' = \frac{455}{2}\,Hz = 227,5\,Hz$$

Caso (b): $f_2' > f_1'$

$$f_1' = \overline{f} - \frac{\Delta f}{2} = 210\,Hz \rightarrow f_1 = \frac{9}{10} f_1' = 189\,Hz$$

$$f_2' = \overline{f} + \frac{\Delta f}{2} = 220\,Hz \rightarrow f_2 = \frac{13}{12} f_2' = \frac{715}{3}\,Hz \simeq 238,33...\,Hz$$

Considere a velocidade do som $v_{som} = 1200\,km/h$

FORMULÁRIO

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}};\ k = \left.\frac{d^2U(x)}{dx^2}\right|_{x=x_0}$$

$$x(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \varphi);\ \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(ae^{\beta t} + be^{-\beta t}\right);\ \beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(a + bt)$$

$$x(t) = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \Omega^2}\cos(\Omega t + \varphi)$$

$$x(t) = A(\Omega)\cos(\Omega t + \varphi(\Omega)); \qquad A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + \gamma^2\Omega^2}}; \qquad \tan\varphi(\Omega) = -\frac{\gamma\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

$$Q = \frac{A(\omega_0)}{A(0)}; Q = \frac{\omega_0}{\gamma}; \tau_d = \gamma^{-1}$$

Pot√™ncia M√©dia: $\overline{P} = m\gamma\overline{\dot{x}^2}$ $\qquad \overline{\sin(\omega t + \varphi)^2} = \overline{\cos(\omega t + \varphi)^2} = 1/2$

- $f' = f/\left(1 \pm \frac{v}{c}\right),\ f' = f\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$
- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$.
- $\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$.
- $y(x,t) = A_1\cos(kx - \omega t + \varphi_1) + A_2\cos(kx - \omega t + \varphi_2) = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$,
  $\operatorname{sen}\varphi = \frac{A_1\operatorname{sen}\varphi_1 + A_2\operatorname{sen}\varphi_2}{A}, \quad \cos\varphi = \frac{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}{A}$.
- $y(x,t) = A\cos(k_1 x - \omega_1 t) + A\cos(k_2 x - \omega_2 t) = A(x,t)\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t), \quad A(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)$.
- $y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$.
- $\beta = 10\log_{10}(I/I_0)$ (dB), $\quad I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.
- $I = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2, \quad I = \frac{1}{2}\rho_0 v\omega^2 U^2, \quad I = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{P}^2}{\rho_0 v}$.
- $f_n = \frac{n}{2L}v,\ n = 1,2,3,\cdots; \quad f_n = \frac{n}{4L}v,\ n = 1,3,5,\cdots$.
- $v = \frac{\omega}{k}, \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \quad v = \sqrt{\left.\frac{\partial P}{\partial\rho}\right|_0}, \quad v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m}}$.