Solução

0303200 – Probabilidades | Turma: | Prof: | Prova 1, 2019

Nome (completo):

Teste 1 Um dispositivo eletrônico consiste de três componentes. A probabilidade de falha de cada componente é q, e seu funcionamento não depende dos outros dois. O dispositivo deixa de funcionar se dois ou mais componentes falham. A probabilidade de falha do dispositivo é:

A q^3. C $(1-q)^3 + (1-q)^2 q$. D $q^3 + q^2$.
■ $q^3 + 3q^2(1-q)$. E $1 - q^3 - q^2(1-q)$.

Teste 2 A temperatura de uma dada reação química é uma variável aleatória, cuja função densidade de probabilidade assume a forma

$$f(x) = \begin{cases} a(b - x^2), & -1 \le x \le 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

sendo a e b constantes reais. Depois de realizar vários experimentos, constatou-se que $P(X > 0) = 16/27$. Neste caso, os valores de a e b são respectivamente iguais a

A 9 e 1/4 B 2 e 1/2 C 3 e 1/6 D 1/6 e 3 ■ 1/9 e 4

Teste 3 Um atirador tenta acertar um alvo de média distância. Pelo seu histórico a chance de acertar o alvo é p em cada tentativa. Considere as tentativas independentes. Definida a variável aleatória Y como o número de tiros até acertar o alvo, calcule a probabilidade de $Y \le 3$.

A p^3. B $3(p - p^2 + p^3)$. C $3p - 2p^2$. ■ $3p - 3p^2 + p^3$. E $3p^3 - p$.

Teste 4 Sejam A, B e C eventos definidos em um espaço amostral S, tal que $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ e $P(C) > 0$. Sabe-se, também , que $P(A \cap B) = 0$, $P(B \cap C) > 0$ e $P(A \cap C) = 0$. Considere:
a) $P(A|S) = 0$. b) A e B são independentes.
c) B e C são necessariamente dependentes. d) $P(A \cap (B \cup C)) = 0$.
São verdadeiras apenas as afirmações:

■ (d). B (a). C (b) e (c). D todas. E (c).

Teste 5 Eu tenho duas moedas: uma delas é honesta, e a outra tem cara nas duas faces. Eu escolho uma das duas moedas ao azar, arremesso-a duas vezes, e nas duas vezes aparece cara. A probabilidade de que eu tenha escolhida a moeda honesta é:

■ 1/5. B 1/4. C 1/2. D 5/8. E 1.

Teste 6 Uma cozinheira prepara bolos e deixa a massa descansar um tempo aleatório entre 1 e 3 minutos após o que os coloca no forno. Um estagiário verificou que os bolinhos que descansavam mais de 2 minutos ficavam mais duros que o normal. A densidade de probabilidades do tempo de descanso é $f(t) = kt^2$. A probabilidade de dois bolinhos em três produzidos ficarem muito duros é:

A n.d.a. ■ $3(19/26)^2(7/26)$. E $(7/26)(19/26)$.
B $(19/26)^2$. D $3(7/26)(10/26)$.

Teste 7 Dois números são escolhidos aleatoriamente e sem reposição do conjunto {1,2,...,10}. A probabilidade de que o segundo número escolhido seja o 5 é:

■ 1/10. B 1/5. C 1/9. D 0. E 9/10.

Solução

Teste 8 Uma urna contém uma única bola (branca ou preta). Insere-se então outra bola (de cor preta). Posteriormente, sorteou-se uma bola que resultou preta. Qual é a probabilidade da bola restante ser também de cor preta?

$\boxed{\text{A}}$ 3/4. ■ 2/3. $\boxed{\text{C}}$ 1/3. $\boxed{\text{D}}$ 4/5. $\boxed{\text{E}}$ 1/2.

Teste 9 Considere três eventos A, B e C. Considere:
a) $A^c = (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$.
b) $(A \cap B)^c = (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) \cup (A \cap B^c)$.
c) $(B \cup A)^c \cap C = A^c \cap B^c \cap C^c$.
São verdadeiras apenas as afirmações:

$\boxed{\text{A}}$ (a) e (b) e (c) $\boxed{\text{B}}$ (a) e (c). $\boxed{\text{C}}$ (b) e (c). $\boxed{\text{D}}$ (b). ■ (a) e (b).

Teste 10 A variável aleatória X tem função distribuição dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -1, \\ 1/2 & \text{se } -1 \le x < 1/2, \\ 3/4 & \text{se } 1/2 \le x < 2, \\ 1 & \text{se } x \ge 2. \end{cases}$$

Considere:
a) $\mathbb{P}(X \ge -1) = 1$.
b) $\mathbb{P}(X > -1) = 1/2$.
c) A probabilidade de $X > -1$ dado que X tem valor negativo é igual a 0.
São verdadeiras apenas as afirmações:

$\boxed{\text{A}}$ (a) e (b). $\boxed{\text{B}}$ (b). ■ (a) e (b) e (c) $\boxed{\text{D}}$ (a) e (c). $\boxed{\text{E}}$ (b) e (c).

Teste 11 Dois dados são lançados e dois números são obtidos: o primeiro é X; e o segundo, Y. Considere A o evento $X = 2$; B, o evento $X + Y = 7$; e $Y = 3$, o evento C. Considere:
a) A e B são independentes. b) A e C são independentes. c) A, B e C são independentes.
São verdadeiras apenas as afirmações:

$\boxed{\text{A}}$ (a) e (b) e (c). $\boxed{\text{B}}$ (b) e (c). $\boxed{\text{C}}$ (c). ■ (a) e (b). $\boxed{\text{E}}$ (b).

Teste 12 Sejam A e B dois eventos de um espaço amostral S. Se $P(A) = 0{,}4$, $P(A \cup B) = 0{,}7$ e $P(B) = p$, A e B serão independentes se p for igual a:

$\boxed{\text{A}}$ 0,6. $\boxed{\text{B}}$ 0,4. ■ 0,5. $\boxed{\text{D}}$ 0,7. $\boxed{\text{E}}$ 0,3.

Teste 13 Um jogo de futebol de *video-game* dispõe de 50 nomes de jogadores da atualidade para compor o time da seleção brasileira. Esses jogadores são classificados como goleiros e não goleiros. Há 5 goleiros e dentre eles está o Alisson e 45 não goleiros e dentre estes está o Neymar. Sem levar em conta o time reserva, o game seleciona de forma aleatória primeiramente o goleiro e em seguida os 10 outros jogadores. A probabilidade do time não conter o goleiro Alisson nem o Neymar vale:

$\boxed{\text{A}}$ 196/250. $\boxed{\text{B}}$ 135/285. $\boxed{\text{C}}$ 176/225. ■ 28/45. $\boxed{\text{E}}$ 9/50.

Solução

Teste 14 Um dado de 6 faces, viciado, possui probabilidade de ocorrência de cada face proporcional ao número de pontos desta. Lança-se este dado. Caso a face apresente um número maior que 3, sorteia-se um número entre 1 e 9 uniformemente,. Caso a face apresente um número menor que 4, sorteia-se um número entre 1 e 5 uniformemente. Qual é a probabilidade do número sorteado ser par?

A 178/263. B 1/2. ■ 136/315. D 1/3. E 78/465.

Teste 15 Deseja-se projetar um filtro de spam para uma conta de e-mail. Para isso, realizou-se um estudo probabilístico baseado na presença de determinas palavras-chave (por exemplo, *viagra*, *você ganhou*, etc.) nas mensagens recebidas. A partir desse estudo, conclui-se que a probabilidade das mensagens de spam conterem alguma dessas palavras-chave é 0,7. Curiosamente, a probabilidade das mensagens que contém essas palavras serem spam também vale 0,7. Constatou-se ainda que a probabilidade de mensagens que não são spam conterem essas palavras é 0,2. A probabilidade de uma mensagem dessa conta de e-mail ser spam é de:

A 1. B 0,8. ■ 0,4. D 0,2. E 0,7.

Probabilidade (espaço amostral S, eventos A,B,$\ldots$): $\mathbb{P}(A) \geq 0$; $\mathbb{P}(S) = 1$; $\mathbb{P}(\cup_i A_i) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$ para eventos A_i disjuntos. **Probabilidade condicional**: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A \cap B)/\mathbb{P}(B)$. Temos: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$ se $\{B_i\}$ formam uma partição de S. Eventos $A_1,\ldots,A_n$ são **independentes** se $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \times \cdots \times \mathbb{P}(A_{i_k})$ para qualquer escolha de $i_1,\ldots,i_k$. Número de possíveis escolhas ordenadas de k elementos entre n elementos: $n!/(n-k)!$. Número de possíveis escolhas não-ordenadas de k elementos entre n elementos (combinações): $n!/(k!(n-k)!) = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right)$.
Variável aleatória: função de S para números reais. Variável aleatória X pode ser discreta (por exemplo, valores são números inteiros); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela função $\mathbb{P}(X = x)$ para todo valor x de X e sua esperança é $\mathbb{E}[X] = \sum_i x_i \mathbb{P}(X = x_i)$. Variável aleatória pode ser contínua (por exemplo, valores formam intervalo dos reais); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela densidade $f_X(x)$, definida como a derivada de $F_X(x)$, onde $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ é a função de distribuição cumulativa de X ($F_X(x)$ é não-decrescente, tende a 0 para $x \to -\infty$, e tende a 1 para $x \to \infty$). Portanto $f_X(x) = d\mathbb{P}(X \leq x)/dx$ e $\mathbb{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f_X(x)dx$.

Solução

0303200 – Probabilidades **Turma:** **Prof:** Prova 1, 2019

Nome (completo):	No.USP:

0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4 4 4
5 5 5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9 9 9

1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. **Não use ☒.**
2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
5) Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
6) Não é permitido o uso de calculadoras.
7) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
8) Se necessário, consulte o formulário e a tabela da distribuição normal no verso da folha com questão dissertativa.

Respostas dos testes:
Atenção: respostas devem ser indicadas nesta folha!

Teste 1: A ■ C D E
Teste 2: A B C D ■
Teste 3: A B C ■ E
Teste 4: ■ B C D E
Teste 5: ■ B C D E
Teste 6: A B ■ D E
Teste 7: ■ B C D E
Teste 8: A ■ C D E
Teste 9: A B C D ■
Teste 10: A B ■ D E
Teste 11: A B C ■ E
Teste 12: A B ■ D E
Teste 13: A B C ■ E
Teste 14: A B ■ D E
Teste 15: A B ■ D E