MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ________________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot}\vec{F} \cdot \vec{N}\,d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

B todas as afirmações são falsas.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 2 Seja S a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\iint_S e^{y^2} dy \wedge dz + \cos(z^9 + 7)\,dz \wedge dx + (z+1)\,dx \wedge dy$$

é igual a:

A $\dfrac{7\pi}{3}$.

■ $\dfrac{5\pi}{3}$.

C $\dfrac{4\pi}{3}$.

D $\dfrac{10\pi}{3}$.

E $\dfrac{8\pi}{3}$.

Questão 3 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x, y, z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2 + 17), x + z^9)$. O valor da integral de linha $\displaystyle\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{dr}$ é:

A 8π.

B π.

■ 4π.

D 16π.

E 2π.

Questão 4 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\displaystyle\iint_S x \, d\sigma$ é:

A $\frac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.

B $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.

C $\frac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.

■ $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.

E $\frac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.

Questão 5 Seja S a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ limitada pelos planos $z = -1$ e $z = 1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1, 0, 0) = \vec{i}$ e $\vec{F}(x, y, z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, d\sigma$ é:

A 4π.

B 20π.

C 8π.

D 12π.

■ 16π.

Questão 6 Seja S a esfera de equação $x^2+y^2+z^2=1$ com densidade superficial $\delta(x,y,z)=x^2$. A massa de S é igual a:

- [A] $\dfrac{2\pi}{3}$.
- [B] $\dfrac{\pi}{3}$.
- ■ $\dfrac{4\pi}{3}$.
- [D] $\dfrac{16\pi}{3}$.
- [E] $\dfrac{8\pi}{3}$.

Questão 7 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega=\mathbb{R}^3\setminus\{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot}\vec{F}=\vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div}\vec{F}=0$.

(III) Se $\operatorname{div}\vec{F}=0$ então $\operatorname{rot}\vec{F}=\vec{0}$.

Podemos afirmar que:

- [A] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- [B] todas as afirmações são verdadeiras.
- [C] todas as afirmações são falsas.
- [D] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- ■ apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 8 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x,y,z) = (0, Q(x,y,z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dzdydx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2 \int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2\operatorname{sen} t, 5) \cos t\, dt + 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

[redacted] nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

D apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

E todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

Questão 9 Seja S parte do hiperbolóide $1 + z^2 = x^2 + y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$. Então $\displaystyle\iint_S \cos(z^2)\, dy \wedge dz + \operatorname{sen}(x^3)\, dz \wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\, dx \wedge dy$ é igual a:

[redacted] $\pi(e^2 - e)$.

B $2\pi(e-1)$.

C $2\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.

D $2\pi\left(e^2 - 1\right)$.

E $\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.

Questão 10 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ limitada pelo plano $z = 2y + 8$. Uma parametrização da superfície S é:

- A $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = 10 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- B $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v]$ e $v \in [0, \pi]$.
- ■ $x = u\cos v, y = 1 + u \operatorname{sen} v, z = u^2 + 1 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- D $x = \cos v, y = \operatorname{sen} v, z = u$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- E $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, \pi]$.

Questão 11 Considere o campo $\vec{F}(x, y, z) = \dfrac{(x, y, z)}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, com $a, b, c > 0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 0$.

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi$.

Podemos afirmar que:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 12 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x,y,z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

A -3π.

B 4π.

C 2π.

■ π.

E -2π.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B C D ■

Questão 06: A B ■ D E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B ■ D E

Questão 11: A ■ C D E

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x, y, z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2 + 17), x + z^9)$. O valor da integral de linha $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$ é:

- [A] 8π.
- [B] 16π.
- [C] 2π.
- ■ 4π.
- [E] π.

Questão 2 Seja S parte do hiperbolóide $1 + z^2 = x^2 + y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$. Então $\iint_S \cos(z^2)\, dy \wedge dz + \mathrm{sen}(x^3)\, dz \wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\, dx \wedge dy$ é igual a:

- [A] $2\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- [B] $\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- [C] $2\pi\left(e^2 - 1\right)$.
- [D] $2\pi(e - 1)$.
- ■ $\pi(e^2 - e)$.

Questão 3 Seja S a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ limitada pelos planos $z = -1$ e $z = 1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1, 0, 0) = \vec{i}$ e $\vec{F}(x, y, z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

- [A] 4π.
- [B] 20π.
- [C] 12π.
- [D] 8π.
- ■ 16π.

Questão 4 Seja S a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com densidade superficial $\delta(x, y, z) = x^2$. A massa de S é igual a:

A $\frac{2\pi}{3}$.

■ $\frac{4\pi}{3}$.

C $\frac{\pi}{3}$.

D $\frac{8\pi}{3}$.

E $\frac{16\pi}{3}$.

Questão 5 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0, 0, 1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

A 2π.

B 4π.

C -2π.

■ π.

E -3π.

Questão 6 Seja S a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\int\int_S e^{y^2} dy \wedge dz + \cos(z^9 + 7)\, dz \wedge dx + (z+1)\, dx \wedge dy$$

é igual a:

- A $\frac{7\pi}{3}$.
- B $\frac{4\pi}{3}$.
- C $\frac{8\pi}{3}$.
- ■ $\frac{5\pi}{3}$.
- E $\frac{10\pi}{3}$.

Questão 7 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div} \vec{F} = 0$.

(III) Se $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ então $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$.

Podemos afirmar que:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- ■ apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D todas as afirmações são falsas.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 8 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ limitada pelo plano $z = 2y + 8$. Uma parametrização da superfície S é:

- A $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = 10 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0,2\pi]$.
- B $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0,\pi]$.
- [redacted] $x = u\cos v, y = 1 + u \operatorname{sen} v, z = u^2 + 1 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0,2\pi]$.
- D $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v]$ e $v \in [0,\pi]$.
- E $x = \cos v, y = \operatorname{sen} v, z = u$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0,2\pi]$.

Questão 9 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \vec{N}\, d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

- [redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são falsas.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 10 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x,y,z) = (0, Q(x,y,z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dzdydx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2 \int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2\operatorname{sen} t, 5) \cos t\, dt + 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

- A todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- ■ nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

Questão 11 Considere o campo $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{(x,y,z)}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, com $a, b, c > 0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 0.$

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi.$

Podemos afirmar que:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Questão 12 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\displaystyle\iint_S x\, d\sigma$ é:

- [A] $\dfrac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.
- ■ $\dfrac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.
- [C] $\dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.
- [D] $\dfrac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.
- [E] $\dfrac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A B C D ■

Questão 03: A B C D ■

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B ■ D E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A ■ C D E

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ limitada pelo plano $z = 2y + 8$. Uma parametrização da superfície S é:

- [A] $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, \pi]$.
- [B] $x = \cos v, y = \operatorname{sen} v, z = u$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- [C] $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v]$ e $v \in [0, \pi]$.
- [D] $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = 10 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- ■ $x = u\cos v, y = 1 + u \operatorname{sen} v, z = u^2 + 1 + 2u \operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.

Questão 2 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\iint_S x \, d\sigma$ é:

- [A] $\frac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.
- [B] $\frac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.
- ■ $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.
- [D] $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.
- [E] $\frac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.

Questão 3 Seja S parte do hiperbolóide $1 + z^2 = x^2 + y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$. Então $\iint_S \cos(z^2)\, dy \wedge dz + \operatorname{sen}(x^3)\, dz \wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\, dx \wedge dy$ é igual a:

- [A] $2\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- [B] $2\pi\left(e^2 - 1\right)$.
- [C] $\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- ■ $\pi(e^2 - e)$.
- [E] $2\pi(e - 1)$.

Questão 4 Considere o campo $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{(x,y,z)}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, com $a,b,c > 0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 0$.

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi$.

Podemos afirmar que:

- A apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- [redacted] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 5 Seja S a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com densidade superficial $\delta(x,y,z) = x^2$. A massa de S é igual a:

- A $\dfrac{16\pi}{3}$.
- B $\dfrac{8\pi}{3}$.
- C $\dfrac{\pi}{3}$.
- [redacted] $\dfrac{4\pi}{3}$.
- E $\dfrac{2\pi}{3}$.

Questão 6 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div} \vec{F} = 0$.

(III) Se $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ então $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$.

Podemos afirmar que:

[A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

[B] todas as afirmações são falsas.

[C] todas as afirmações são verdadeiras.

[D] apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

■ apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 7 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x,y,z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2+17), x + z^9))$. O valor da integral de linha $\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{dr}$ é:

[A] 8π.

[B] π.

[C] 2π.

[D] 16π.

■ 4π.

Questão 8 Seja S a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\iint_S e^{y^2} dy \wedge dz + \cos(z^9 + 7)\, dz \wedge dx + (z+1)\, dx \wedge dy$$

é igual a:

[A] $\frac{7\pi}{3}$.

[B] $\frac{4\pi}{3}$.

[C] $\frac{8\pi}{3}$.

[D] $\frac{10\pi}{3}$.

■ $\frac{5\pi}{3}$.

Questão 9 Seja S a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ limitada pelos planos $z = -1$ e $z = 1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1,0,0) = \vec{i}$ e $\vec{F}(x,y,z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

■ 16π.

[B] 4π.

[C] 20π.

[D] 8π.

[E] 12π.

Questão 10 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x,y,z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

■ π.

B 4π.

C -2π.

D -3π.

E 2π.

Questão 11 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x,y,z) = (0, Q(x,y,z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dz dy dx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2 \int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2\operatorname{sen} t, 5) \cos t\, dt + 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

B apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

■ nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

E todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

Questão 12 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \vec{N}\,d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

A todas as afirmações são falsas.

B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C D ■

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A ■ C D E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A B C D ■

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________________

Questão 1 Seja S parte do hiperbolóide $1+z^2 = x^2+y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N}\cdot\vec{k} \geq 0$. Então $\displaystyle\iint_S \cos(z^2)\, dy\wedge dz + \operatorname{sen}(x^3)\, dz\wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\, dx\wedge dy$ é igual a:

- A $2\pi(e-1)$.
- B $2\pi\left(e-\frac{1}{e}\right)$.
- C $\pi\left(e-\frac{1}{e}\right)$.
- [redacted] $\pi(e^2-e)$.
- E $2\pi\left(e^2-1\right)$.

Questão 2 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2+y^2$ limitada pelo plano $z = 2y+8$. Uma parametrização da superfície S é:

- A $x = u\cos v, y = u\operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0,\pi]$.
- [redacted] $x = u\cos v, y = 1 + u\operatorname{sen} v, z = u^2+1+2u\operatorname{sen} v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- C $x = u\cos v, y = u\operatorname{sen} v, z = 10 + 2u\operatorname{sen} v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0,2\pi]$.
- D $x = u\cos v, y = u\operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v]$ e $v \in [0,\pi]$.
- E $x = \cos v, y = \operatorname{sen} v, z = u$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, 2\pi]$.

Questão 3 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot}\vec{F} \cdot \vec{N}\,d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

A todas as afirmações são falsas.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C todas as afirmações são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Questão 4 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x, y, z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2 + 17), x + z^9)$. O valor da integral de linha $\displaystyle\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{dr}$ é:

A 8π.

B 16π.

C π.

[redacted] 4π.

E 2π.

Questão 5 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x,y,z) = (0, Q(x,y,z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dz dy dx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3 \operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2 \int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2 \operatorname{sen} t, 5) \cos t\, dt + 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3 \operatorname{sen} t, 0) \cos t\, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

B todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

[redacted] nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

E apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

Questão 6 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div} \vec{F} = 0$.

(III) Se $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ então $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$.

Podemos afirmar que:

A todas as afirmações são verdadeiras.

[redacted] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

C todas as afirmações são falsas.

D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Questão 7 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\iint_S x \, d\sigma$ é:

A $\frac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.

[redacted] $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.

C $\frac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.

D $\frac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.

E $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.

Questão 8 Seja S a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\iint_S e^{y^2} dy \wedge dz + \cos(z^9 + 7) \, dz \wedge dx + (z+1) \, dx \wedge dy$$

é igual a:

A $\frac{7\pi}{3}$.

B $\frac{8\pi}{3}$.

C $\frac{10\pi}{3}$.

[redacted] $\frac{5\pi}{3}$.

E $\frac{4\pi}{3}$.

Questão 9 Seja S a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ limitada pelos planos $z = -1$ e $z = 1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1,0,0) = \vec{i}$ e $\vec{F}(x,y,z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

■ 16π.

[B] 12π.

[C] 8π.

[D] 20π.

[E] 4π.

Questão 10 Considere o campo $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{(x,y,z)}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, com $a, b, c > 0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 0$.

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\iint_S \vec{F}.\vec{N} d\sigma = 4\pi$.

Podemos afirmar que:

[A] apenas a afirmação (III) é verdadeira.

[B] apenas a afirmação (II) é verdadeira.

[C] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

[E] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Questão 11 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x,y,z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

A -3π.

B 4π.

C -2π.

D 2π.

■ π.

Questão 12 Seja S a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com densidade superficial $\delta(x,y,z) = x^2$. A massa de S é igual a:

A $\frac{16\pi}{3}$.

B $\frac{2\pi}{3}$.

C $\frac{8\pi}{3}$.

■ $\frac{4\pi}{3}$.

E $\frac{\pi}{3}$.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A B C ■ E

Questão 02: A ■ C D E

Questão 03: A B C ■ E

Questão 04: A B C ■ E

Questão 05: A B C ■ E

Questão 06: A ■ C D E

Questão 07: A ■ C D E

Questão 08: A B C ■ E

Questão 09: ■ B C D E

Questão 10: A B C ■ E

Questão 11: A B C D ■

Questão 12: A B C ■ E

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ____

Questão 1 Seja S a parte do cilindro $x^2+y^2=4$ limitada pelos planos $z=-1$ e $z=1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1,0,0)=\vec{i}$ e $\vec{F}(x,y,z)=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{N}\,d\sigma$ é:

- A 20π.
- ■ 16π.
- C 8π.
- D 4π.
- E 12π.

Questão 2 Considere o campo $\vec{F}(x,y,z)=\dfrac{(x,y,z)}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$, com $a,b,c>0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma=4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2+y^2+(z-2)^2=1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma=0$.

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm1,\pm1,\pm1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma=4\pi$.

Podemos afirmar que:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 3 Seja S parte do hiperbolóide $1+z^2=x^2+y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N}\cdot\vec{k} \geq 0$. Então $\displaystyle\iint_S \cos(z^2)\,dy\wedge dz + \operatorname{sen}(x^3)\,dz\wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\,dx\wedge dy$ é igual a:

A $\pi\left(e-\frac{1}{e}\right)$.

B $2\pi(e-1)$.

■ $\pi(e^2-e)$.

D $2\pi\left(e^2-1\right)$.

E $2\pi\left(e-\frac{1}{e}\right)$.

Questão 4 Seja S a parte da superfície esférica $x^2+y^2+z^2=1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1)=\vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\iint_S e^{y^2} dy\wedge dz + \cos(z^9+7)\,dz\wedge dx + (z+1)\,dx\wedge dy$$

é igual a:

■ $\dfrac{5\pi}{3}$.

B $\dfrac{10\pi}{3}$.

C $\dfrac{4\pi}{3}$.

D $\dfrac{7\pi}{3}$.

E $\dfrac{8\pi}{3}$.

Questão 5 Seja S a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com densidade superficial $\delta(x, y, z) = x^2$. A massa de S é igual a:

- A $\dfrac{16\pi}{3}$.
- B $\dfrac{2\pi}{3}$.
- ■ $\dfrac{4\pi}{3}$.
- D $\dfrac{8\pi}{3}$.
- E $\dfrac{\pi}{3}$.

Questão 6 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x, y, z) = (0, Q(x, y, z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dzdydx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t \, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2 \int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2\operatorname{sen} t, 5) \cos t \, dt + 3 \int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\operatorname{sen} t, 0) \cos t \, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- B todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- ■ nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.
- E apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.

Questão 7 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div} \vec{F} = 0$.

(III) Se $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ então $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$.

Podemos afirmar que:

A todas as afirmações são verdadeiras.

B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D todas as afirmações são falsas.

[redacted] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 8 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x,y,z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2 + 17), x + z^9)$. O valor da integral de linha $\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{dr}$ é:

[redacted] 4π.

B 2π.

C 8π.

D 16π.

E π.

Questão 9 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \vec{N}\, d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

A todas as afirmações são falsas.

B todas as afirmações são verdadeiras.

C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Questão 10 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\displaystyle\iint_S x\, d\sigma$ é:

[redacted] $\dfrac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.

B $\dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.

C $\dfrac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.

D $\dfrac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.

E $\dfrac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.

Questão 11 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x,y,z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\iint_S (\text{rot}\,\vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

- A 2π.
- B -3π.
- [redacted] π.
- D -2π.
- E 4π.

Questão 12 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ limitada pelo plano $z = 2y + 8$. Uma parametrização da superfície S é:

- A $x = u\cos v, y = u\,\text{sen}\, v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\,\text{sen}\, v]$ e $v \in [0, \pi]$.
- B $x = u\cos v, y = u\,\text{sen}\, v, z = 10 + 2u\,\text{sen}\, v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- [redacted] $x = u\cos v, y = 1 + u\,\text{sen}\, v, z = u^2 + 1 + 2u\,\text{sen}\, v$ com $u \in [0,3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- D $x = \cos v, y = \text{sen}\, v, z = u$ com $u \in [0, 2\,\text{sen}\, v + 8]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- E $x = u\cos v, y = u\,\text{sen}\, v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\,\text{sen}\, v + 8]$ e $v \in [0, \pi]$.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B ■ D E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: ■ B C D E

Questão 05: A B ■ D E

Questão 06: A B C ■ E

Questão 07: A B C D ■

Questão 08: ■ B C D E

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: ■ B C D E

Questão 11: A B ■ D E

Questão 12: A B ■ D E

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante a prova**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Estojos, mochilas, blusas e outros objetos devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha a tinta (preta ou azul) e de maneira legível todos os campos acima.
3. Preencha a tinta (preta ou azul) e completamente os campos da Folha de Respostas, seguindo as orientações para preenchimento dos campos do número USP e para as alternativas de cada questão .
4. Assinale apenas uma alternativa por questão. Em caso de erro, indique expressamente qual alternativa deve ser considerada na folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
5. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 30 minutos.
6. Não haverá tempo adicional para preenchimento da Folha de Respostas.
7. Confira a integridade do seu caderno de questões de acordo com o número de testes.

Assinatura: ______________________________

Questão 1 Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície fechada (isto é, com fronteira vazia), lisa por partes e orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$. Sejam R a região limitada por S e $\vec{F}$ um campo de classe C^2 definido em um conjunto aberto contendo S e R. Considere as afirmações:

(I) O volume de R é igual a $\dfrac{1}{3}\displaystyle\iint_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$.

(II) $\displaystyle\iint_S \operatorname{rot}\vec{F} \cdot \vec{N}\,d\sigma = 0$.

(III) Se $\vec{F}$ é gradiente, então $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = 0$.

Podemos afirmar que:

A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

[redacted] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

E todas as afirmações são falsas.

Questão 2 Seja S a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com densidade superficial $\delta(x, y, z) = x^2$. A massa de S é igual a:

A $\dfrac{2\pi}{3}$.

B $\dfrac{8\pi}{3}$.

C $\dfrac{16\pi}{3}$.

[redacted] $\dfrac{4\pi}{3}$.

E $\dfrac{\pi}{3}$.

Questão 3 Seja S a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $z \geq 0$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$ (exterior à esfera). O valor da integral de superfície

$$\iint_S e^{y^2} dy \wedge dz + \cos(z^9 + 7)\, dz \wedge dx + (z+1)\, dx \wedge dy$$

é igual a:

- A $\frac{4\pi}{3}$.
- B $\frac{8\pi}{3}$.
- [redacted] $\frac{5\pi}{3}$.
- D $\frac{7\pi}{3}$.
- E $\frac{10\pi}{3}$.

Questão 4 Seja S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $0 \leq z \leq 5$, orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$ e $\vec{F}(x,y,z) = (0, Q(x,y,z), 0)$ um campo vetorial de classe C^1, definido em um aberto que contenha S. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \int_{-3}^{3} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \operatorname{div}\vec{F}\, dz dy dx\,.$

(II) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 3\int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\,\mathrm{sen}\, t, 0)\cos t\, dt\,.$

(III) $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N} d\sigma = 2\int_0^{2\pi} Q(2\cos t, 2\,\mathrm{sen}\, t, 5)\cos t\, dt + 3\int_0^{2\pi} Q(3\cos t, 3\,\mathrm{sen}\, t, 0)\cos t\, dt\,.$

Nessas condições, podemos afirmar que:

- A apenas a afirmação (III) é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- [redacted] nenhuma das afirmações é verdadeira para todo campo $\vec{F}$.
- D todas as afirmações são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras para todo campo $\vec{F}$.

Questão 5 Seja S a parte da superfície $z = 1 - 4x^2 - y^2$ limitada pelo plano $z = 0$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$ tal que $\vec{N}(0,0,1) = \vec{k}$. Se $\vec{F}(x,y,z) = (-y, x, \arctan(e^{x+y+z}))$, então o valor de $\displaystyle\iint_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \cdot \vec{N}\, d\sigma$ é:

- ■ π.
- B -2π.
- C -3π.
- D 4π.
- E 2π.

Questão 6 Seja S parte do hiperbolóide $1 + z^2 = x^2 + y^2$ com $0 \leq z \leq 1$, orientada de modo que a normal unitária $\vec{N}$ satisfaça $\vec{N} \cdot \vec{k} \geq 0$. Então $\displaystyle\iint_S \cos(z^2)\, dy \wedge dz + \operatorname{sen}(x^3)\, dz \wedge dx + e^{(x^2+y^2)}\, dx \wedge dy$ é igual a:

- ■ $\pi(e^2 - e)$.
- B $2\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- C $\pi\left(e - \frac{1}{e}\right)$.
- D $2\pi\left(e^2 - 1\right)$.
- E $2\pi(e - 1)$.

Questão 7 Seja S a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ limitada pelo plano $z = 2y + 8$. Uma parametrização da superfície S é:

- A $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v]$ e $v \in [0, \pi]$.
- B $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, \pi]$.
- ■ $x = u\cos v, y = 1 + u\operatorname{sen} v, z = u^2 + 1 + 2u\operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- D $x = \cos v, y = \operatorname{sen} v, z = u$ com $u \in [0, 2\operatorname{sen} v + 8]$ e $v \in [0, 2\pi]$.
- E $x = u\cos v, y = u\operatorname{sen} v, z = 10 + 2u\operatorname{sen} v$ com $u \in [0, 3]$ e $v \in [0, 2\pi]$.

Questão 8 Seja S a parte da superfície $y = 1 - x^2$ com $y \geq 0$ e $x \geq 0$, limitada pelos planos $z = 0$ e $z = 8$. Então, o valor de $\iint_S x \, d\sigma$ é:

- [A] $\frac{2}{3}(3\sqrt{3} - 1)$.
- [B] $\frac{2}{3}(7\sqrt{7} - 1)$.
- [C] $\frac{2}{3}(8\sqrt{8} - 1)$.
- [D] $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.
- ■ $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.

Questão 9 Seja S a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ limitada pelos planos $z = -1$ e $z = 1$ e orientada pela normal unitária $\vec{N}$, tal que $\vec{N}(1,0,0) = \vec{i}$ e $\vec{F}(x,y,z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z^4\,\vec{k}$. O valor da integral $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, d\sigma$ é:

- [A] 8π.
- [B] 20π.
- [C] 4π.
- ■ 16π.
- [E] 12π.

Questão 10 Seja $\vec{F}$ um campo vetorial de classe C^1 em $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$. Analise as seguintes afirmações.

(I) Se $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$ então $\vec{F}$ é conservativo.

(II) Se $\vec{F}$ é gradiente então $\operatorname{div} \vec{F} = 0$.

(III) Se $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ então $\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{0}$.

Podemos afirmar que:

A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

B todas as afirmações são falsas.

C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

D todas as afirmações são verdadeiras.

[redacted] apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Questão 11 Seja γ a curva dada pela intersecção do plano $x + y - z + 10 = 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$, orientada de modo que sua projeção no plano Oxy seja percorrida uma única vez no sentido anti-horário e $\vec{F}(x, y, z) = (\tan(x^4), 9\cos(y^2 + 17), x + z^9)$. O valor da integral de linha $\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{dr}$ é:

A π.

B 2π.

C 16π.

[redacted] 4π.

E 8π.

Questão 12 Considere o campo $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{(x,y,z)}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3}$. Analise as seguintes afirmações:

(I) Se S é o elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$, com $a,b,c>0$ orientado pela normal exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma = 4\pi abc$

(II) Se S é a esfera $x^2+y^2+(z-2)^2 = 1$ orientada pela normal unitária exterior $\vec{N}$ então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma = 0.$

(III) Se S é o cubo de vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ orientado pela normal unitária exterior $\vec{N}$, então $\displaystyle\iint_S \vec{F}.\vec{N}d\sigma = 4\pi.$

Podemos afirmar que:

- [A] apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- [B] apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- [C] apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- [D] apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- ■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

MAT 2455 — Cálculo Diferencial e Integral III — EP–USP

Terceira Prova — 18/06/2019

Folha de Respostas

Respostas não indicadas apropriadamente nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ________ **Turma:** ________

Por favor coloque seu número USP nos campos ao lado. **Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as últimas colunas em branco.**

Número USP

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Respostas:

Questão 01: A ■ C D E

Questão 02: A B C ■ E

Questão 03: A B ■ D E

Questão 04: A B ■ D E

Questão 05: ■ B C D E

Questão 06: ■ B C D E

Questão 07: A B ■ D E

Questão 08: A B C D ■

Questão 09: A B C ■ E

Questão 10: A B C D ■

Questão 11: A B C ■ E

Questão 12: A B C D ■